

Olimpiada Națională de Matematică
Faza Județeană - 12 martie 2011

Clasa a V-a

1. Suma dintre vârsta tatălui și a celor trei copii ai săi este 40 ani. Peste 11 ani vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor fiilor săi. Știind că vârstele copiilor sunt egale, să se determine câți ani are în prezent tatăl și fiecare dintre cei trei copii.
(Gazeta Matematică 1/2011 – enunț modificat)
2. Într-un grup de 28 copii, fiecare băiat oferă câte un mărtișor fiecărei fete, dar și fiecare fată oferă câte un mărtișor fiecărei fete. Știind că în total s-au oferit 270 mărtișoare, să se determine numărul de băieți și numărul de fete.
3. Despre o mulțime nevidă spunem că este **prietenosă** dacă este formată din numere naturale consecutive a căror sumă este un număr impar.
 - a) Demonstrați că orice mulțime formată din 2010 numere naturale consecutive este **prietenosă**;
 - b) Dacă A, B sunt **prietenose** și $A \cap B$ are exact două elemente, arătați că mulțimea $A \cup B$ este **prietenosă**.
4. Pentru un număr natural n nenul notăm cu $I(n)$, cel mai mare divizor impar al acestui număr.
 - a) Să se determine $I(2010)$ și $I(2011)$;
 - b) Să se arate că pentru orice număr natural n nenul există $k, s \in \mathbb{N}$ astfel încât $n = 2^s (2k + 1)$;
 - c) Să se arate că pentru orice număr natural n nenul avem $I(n) = I(2n)$.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA

Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755

Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911

e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro

<http://isj.hd.edu.ro>